

## 第2课时 计数原理的综合应用

**【学习目标】** 1.进一步理解分类加法计数原理和分步乘法计数原理的区别.2.会正确应用这两个计数原理计数.

**【导语】**随着人们生活水平的提高,车辆拥有量迅速增长,汽车牌号仅用一个字母和数字表示已经不能满足需求,再加上许多车主还希望车牌号“个性化”,因此,汽车号码需要进行扩容,这样就需要“数出”某种方案下的所有号码数,号码的个数是如何进行计算的呢?

### 一、组数问题

**例1** 用0,1,2,3,4,5可以组成多少个无重复数字且比2 000大的四位偶数?

**反思感悟** 常见的组数问题及解题原则

(1)常见的组数问题:奇数、偶数、整除数、各数位上的和或数字间满足某种特殊关系等.

(2)常用的解题原则:首先明确题目条件对数字的要求,针对这一要求通过分类、分步进行组数;其次注意特殊数字对各数位上数字的要求,如偶数的个位数字为偶数、两位及其以上的数首位数字不能是0、被3整除的数各位数上的数字之和能被3整除等;最后先分类再分步从特殊数字或特殊位置进行组数.

**跟踪训练1** (1)从0,2中选一个数字,从1,3,5中选两个数字,组成无重复数字的三位数,其中奇数的个数为( )

A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

(2)用0,1, ..., 9十个数字,可以组成有重复数字的三位数的个数为( )

A. 243 B. 252 C. 261 D. 279

### 二、抽取与分配问题

**例2** (1)高三年级的四个班到甲、乙、丙、丁、戊五个工厂进行社会实践,其中工厂甲必须有班级去,每班去何工厂可自由选择,则不同的分配方案有( )

(2)甲、乙、丙、三人各写一张贺卡,放在一起,再各取一张不是自己的贺卡,则不同取法的种数有\_\_\_\_\_.

**延伸探究** 若将“甲、乙、丙、三人”改为“甲、乙、丙、丁四人”,其它条件不变,则有多少种不同的取法?

**反思感悟** 选(抽)取与分配问题的常见类型及其解法

(1)当涉及对象数目不大时,一般选用枚举法、树形图法、框图法或者图表法.

(2) 当涉及对象数目很大时, 一般有两种方法:

① 直接使用分类加法计数原理或分步乘法计数原理. 一般地, 若抽取是有顺序的就按分步进行; 若按对象特征抽取的, 则按分类进行.

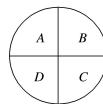
② 间接法: 去掉限制条件计算所有的抽取方法数, 然后减去所有不符合条件的抽取方法数即可.

**跟踪训练 2** (1) 有 4 位老师在同一年级的 4 个班级中各教一个班的数学, 在数学考试时, 要求每位老师均不在本班监考, 则安排监考的方法种数是( )

A. 11 B. 10 C. 9 D. 8

(2) 从 6 名志愿者中选 4 人分别从事翻译、导游、导购、保洁四项不同的工作, 若其中甲、乙 2 名志愿者不能从事翻译工作, 则选派方案共有( )

A. 280 种 B. 240 种 C. 180 种 D. 96 种



### 三、涂色与种植问题

**例 3** (1) 如图所示, 有  $A, B, C, D$  四个区域, 用红、黄、蓝三种颜色涂色, 要求任意两个相邻区域的颜色各不相同, 共有\_\_\_\_\_种不同的涂法.

(2) 从黄瓜、白菜、油菜、扁豆 4 种蔬菜品种中选出 3 种, 分别种在不同土质的三块土地上, 其中黄瓜必须种植, 则有\_\_\_\_\_种不同的种植方法.

**反思感悟** 涂色与种植问题的四个解答策略

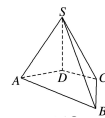
涂色与种植问题是考查计数方法的一种常见问题, 由于这类问题常常涉及分类与分步, 所以在高考题中经常出现, 处理这类问题的关键是要找准分类标准, 求解涂色与种植问题一般是直接利用两个计数原理求解, 常用的方法有:

(1) 按区域的不同以区域为主分步计数, 并用分步乘法计数原理计算.

(2) 以颜色(种植作物)为分类讨论法, 适用于“区域、点、线段”问题, 用分类加法计数原理计算.

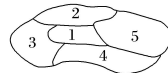
(3) 将空间问题平面化, 转化为平面区域的涂色问题.

(4) 对于不相邻的区域, 常分为同色和不同色两类, 这是常用的分类标准.



**跟踪训练 3** (1) 如图所示, 将一个四棱锥的每一个顶点染上一种颜色, 并使同一条棱上的两个端点异色, 如果只有 5 种颜色可供使用, 则不同染色方法的种数为\_\_\_\_\_.

(2) 如图, 一个地区分为 5 个行政区域, 现给地图着色, 要求相邻区域不得使用同一种颜色, 共有 4 种颜色可供选择, 则不同的着色方法共有\_\_\_\_\_种(以数字作答).



### ■ 课堂小结 ■

1. 知识清单:

(1) 两个计数原理的区别与联系.

(2) 两个计数原理的应用: 组数问题、选取问题、涂色问题及种植问题.

2. 方法归纳: 分类讨论、正难则反.
3. 常见误区: 分类标准不明确, 会出现重复或遗漏问题.

### 随堂演练

1. 某乒乓球队里有 6 名男队员, 5 名女队员, 从中选取男、女队员各 1 名组成混合双打队, 则不同的组队方法的种数为( )  
A. 11 B. 30 C.  $5^6$  D.  $6^5$
2. 由数字 1,2,3 组成的无重复数字的整数中, 偶数的个数为( )  
A. 15 B. 12 C. 10 D. 5
3. 甲、乙、丙三人踢毽子, 互相传递, 每人每次只能踢一下. 由甲开始踢, 经过 4 次传递后, 毽子又被踢回甲, 则不同的传递方式共有( )  
A. 4 种 B. 5 种 C. 6 种 D. 12 种
4. 如图所示, 用 6 种不同的颜色给图中的 4 个格子涂色, 每个格子涂 1 种颜色, 要求相邻的 2 个格子颜色不同, 则不同的涂色方法共有\_\_\_\_\_种. (用数字作答)



## 课时对点练

### 基础巩固

1. 某城市的电话号码由七位升为八位(首位数字均不为零), 则该城市可增加的电话部数是( )  
A.  $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$  B.  $8 \times 9^7$  C.  $9 \times 10^7$  D.  $8.1 \times 10^7$
2. 6 把椅子摆成一排, 3 人随机就座, 任何两人不相邻的坐法种数为( )  
A. 144 B. 120 C. 72 D. 24
3. 某市汽车牌照号码可以上网自编, 但规定从左数第 2 个号码只能从字母 B, C, D 中选择, 其他四个号码可以从 0~9 这 10 个数字中选择(数字可以重复). 若某车主第 1 个号码(从左到右)只想在数字 3,5,6,8,9 中选择, 其他号码只想在 1,3,6,9 中选择, 则他可选的车牌号码的所有可能情况有( )  
A. 180 种 B. 360 种 C. 720 种 D. 960 种
4. 一植物园的参观路径如图所示, 若要全部参观并且路线不重复, 则不同的参观路线共有( )  
A. 6 种 B. 8 种 C. 36 种 D. 48 种
5. 中国有十二生肖, 又叫十二属相, 每一个人的出生年份对应了十二种动物(鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪)中的一种, 现有十二生肖的吉祥物各一个, 甲同学喜欢牛和马,



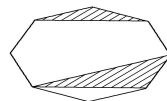
乙同学喜欢牛、狗和羊, 丙同学哪个吉祥物都喜欢, 三位同学按甲、乙、丙的顺序依次选一个作为礼物, 如果让三位同学选取的礼物都满意, 那么不同的选法有( )

- A. 360 种      B. 50 种      C. 60 种      D. 90 种

6. 体育老师把 9 个相同的足球放入编号为 1,2,3 的三个箱子中, 要求每个箱子放球的个数不少于其编号, 则不同的放球方法有( )

- A. 8 种      B. 10 种      C. 12 种      D. 16 种

7. 如图所示, 在连接正八边形的三个顶点而成的三角形中与正八边形有公共边的三角形有\_\_\_\_\_个.



8. 用数字 1,2 组成一个四位数, 则数字 1,2 都出现的四位偶数有\_\_\_\_\_个.

9. 将三个分别标有  $A, B, C$  的球随机放入编号为 1,2,3,4 的四个盒子中.

求: (1)1 号盒中无球的不同放法种数; (2)1 号盒中有球的不同放法种数.

10. 有 4 种不同的作物可供选择种植在如图所示的 4 块试验田中, 每块种植一种作物, 相邻的试验田(有公共边)不能种植同一种作物, 共有多少种不同的种植方法?

1	2	3
3	1	2
2	3	1

### 综合运用

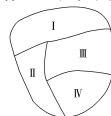
11. 将 1,2,3 填入  $3 \times 3$  的方格中, 要求每行、每列都没有重复数字, 如图是一种填法, 则不同的填写方法共有( )

- A. 6 种      B. 12 种      C. 24 种      D. 48 种

12. 某公司新招聘进 8 名员工, 平均分给甲、乙两个部门, 其中 2 名英语翻译人员不能分给同一个部门, 另外 3 名电脑编程人员也不能分给同一个部门, 则不同的分配方案种数是( )

- A. 18    B. 24    C. 36    D. 72

13. 用 0,1,2,3,4 组成没有重复数字的全部五位数中, 若按从小到大的顺序排列, 则数字 12 340 应是第几个数( )



- A. 6    B. 8    C. 9    D. 10

14. 现有五种不同的颜色, 要对图形中的四个部分进行着色, 要求有公共边的两块不能用同一种颜色, 不同的涂色方法有\_\_\_\_\_种.

15. 一个同心圆形花坛, 分为两部分, 中间小圆部分种植草坪和绿色灌木, 周围的圆环分为  $n(n \geq 3, n \in \mathbf{N}_+)$  等份, 种植红、黄、蓝三种颜色不同的花, 要求相邻两部分种植不同颜色的花.

(1)如图①, 圆环分成 3 等份, 分别为  $a_1, a_2, a_3$ , 则有多少种不同的种植方法?

(2)如图②, 圆环分成 4 等份, 分别为  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , 则有多少种不同的种植方法?

